

“ L’INFOTECH ”

Les Générateurs de Scénarios Economiques (ESG): Quels enjeux ? Quelles difficultés ?



L’édito

Impulsés par Wilkie au début des années quatre-vingt dans un contexte d'inflation forte, rendus nécessaires par Solvabilité 2 au cours de la décennie actuelle, les générateurs de scénarios économiques ont vocation à devenir omniprésents dans une situation de crise financière et économique durable. Concentrés principalement sur les risques de marché, à savoir les risques de taux, crédit, action, inflation et immobilier, **ils couvriront à l'avenir de plus en plus de risques de nature plus assurantielle**, comme les risques de rachat et de longévité.

Le fonctionnement actuel des générateurs de scénarios économiques est relativement simple du point de vue de l'ingénierie financière : au sens strict du terme, ce ne sont que des matrices de nombres aléatoires, gaussiens dans la plupart des cas. Cependant, la difficulté ne réside pas dans le lancement de scénarios économiques, mais dans tout le travail en amont qui consiste à déterminer par quelles constantes il convient de multiplier ces nombres aléatoires. La détermination de ces constantes s'appelle **le calibrage**, et est une étape extrêmement complexe au regard de la simulation de nombres aléatoires et qui requiert un doigté certain de la part de ceux qui doivent la réaliser.

L'utilisation de générateurs de scénarios économiques par les grands acteurs de l'assurance n'est pas sans risque individuel ou systémique. Tout d'abord, existe le risque d'un mauvais choix de modèles de taux, crédit ou autre. Un modèle ne s'appuyant que sur des nombres gaussiens passe sous silence la nature même de la violence des aléas boursiers, même lorsque des "béquilles" ou ajustements de convexité divers sont apportés. Ensuite, un modèle peut être très pertinent et très adapté à une situation empirique, mais il sera rendu complètement inopérant par une mauvaise calibration. Enfin, il est à craindre que l'utilisation d'un nombre réduits de générateurs par la profession ne mette en cohérence forte les bilans, générant un risque systémique potentiellement très dangereux et non identifié par le régulateur.

Toutes ces raisons font qu'il est fondamental de bien comprendre le fonctionnement des générateurs de scénarios économiques. Ce numéro d'Infotech est une brique permettant d'y parvenir.

OLIVIER LE COURTOIS
Professeur de Finance et d'Assurance, EM Lyon

Qu'est-ce qu'un ESG ? A quoi sert-il ?

Un générateur de scénarios économiques (ESG) permet la projection dans le temps de multiples trajectoires réalistes de grandeurs financières telles que :

- ✓ Taux d'intérêt
- ✓ Rendements Action
- ✓ Rendements Immobilier
- ✓ Taux d'inflation
- ✓ Spread de crédit
- ✓ ...

Cette définition lève deux principales interrogations quant à la réalisation d'un tel outil :

- ◆ Qu'entend-on par projections réalistes ?
- ◆ Quels modèles permettent de telles projections ?

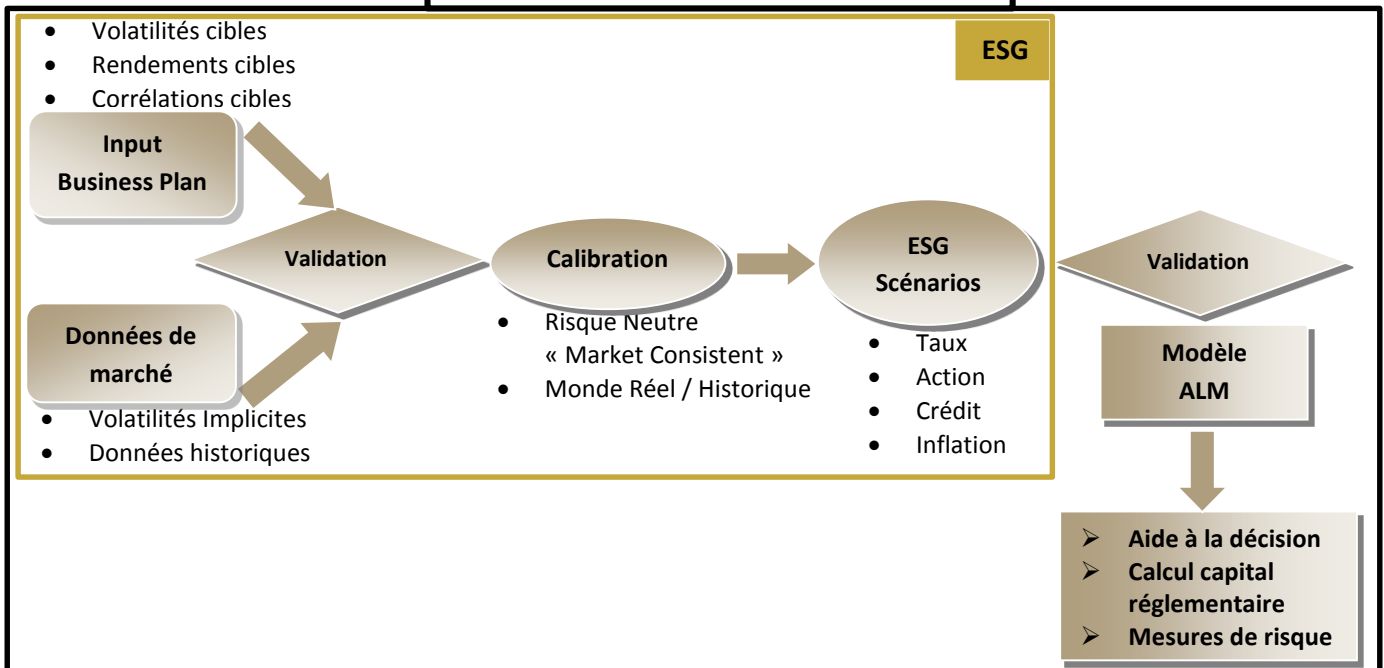
Nous apportons dans cette Infotech des éléments de réponse à ces deux questions essentielles, afin de construire un ESG pertinent et efficient.

Pourquoi a-t-on besoin d'un ESG ?

La réglementation Solvabilité 2 exige une valorisation en valeur de marché (« Market Consistent ») des engagements de l'assureur, aussi bien en modèle interne qu'en formule standard. La complexité de ces engagements et placements, présents au bilan des acteurs du monde de l'assurance, impose le recours à un ESG Risque Neutre afin de pouvoir les valoriser en valeur de marché.

L'ESG Monde Réel n'étant pas nécessaire dans l'approche formule standard, nous traiterons plus spécifiquement des problématiques Risque Neutre.

Un ESG et ses différents composants



L'ESG : Un processus robuste et précis

L'ESG s'inscrit dans un processus beaucoup plus général que la simple implémentation de modèles de projection (comme l'illustre le schéma ci-dessus).

Ce processus se décompose en 5 principaux points :

- ✓ Choix des modèles de projection
- ✓ Choix des inputs
- ✓ Calibration des modèles
- ✓ Génération des scénarios
- ✓ Validation des scénarios générés

Un travail en amont est donc nécessaire afin de bien choisir les modèles et inputs à utiliser. La génération des scénarios et les différents résultats du module ALM dépendent en grande partie de ces choix de départ. La compréhension de son ESG est donc un enjeu majeur puisqu'il a un impact direct sur les résultats du modèle ALM.

Il est à noter que la calibration est souvent négligée alors que cette étape revêt une importance cruciale.

1. Comment définir les modèles et leur degré de complexité?

L'une des premières questions à se poser concerne le choix des modèles de projection et la complexité de ces derniers.

Un modèle plus complexe permettra, dans la majorité des cas une modélisation plus fine des conditions de marché dans le cadre d'une projection « market consistent ». Cependant, cette course à la complexité peut très vite entraîner le développement de processus opaques et peu compréhensibles. Un équilibre doit être trouvé entre la

qualité de la projection et la complexité des modèles utilisés. Cet arbitrage ne peut se faire qu'après l'étude des différents éléments du bilan de l'acteur considéré. Un assureur possédant beaucoup de garanties de taux complexes ne pourra pas faire l'économie d'un modèle de taux performant : modèles à plusieurs facteurs, structure de volatilité aléatoire (« stochastique ») et non constante...

2. Les inputs dans un cadre « Risque Neutre »

On distingue deux types d'inputs. Le premier concerne les données de marché tandis que le second renvoie à des données issues de business plan. Tous ces inputs sont nécessaires à la calibration et à la projection des différents modèles.

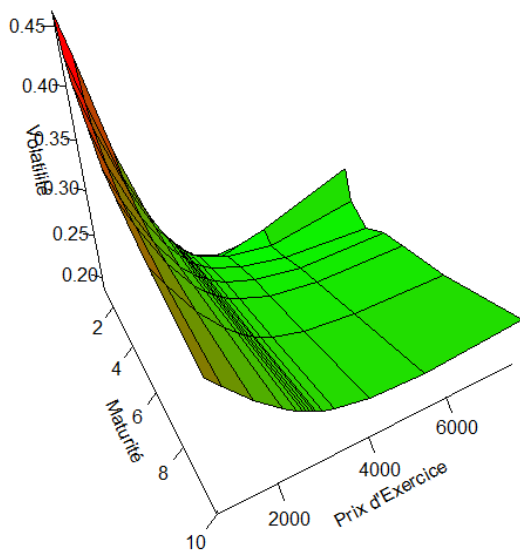
Inputs de marché

Les données de marché sont accessibles via diverses plateformes.

Le choix des inputs dépend de plusieurs facteurs :

✓ Quels instruments pour la calibration ?

Chaque modèle admet en input des données spécifiques pour la calibration. Pour prendre l'exemple d'un modèle Action, on aura besoin des prix de marché des options d'achat *Calls*. Ces prix sont déductibles directement depuis la surface de volatilité implicite cotée et disponible via les fournisseurs :



Représentation d'une surface de volatilité des Calls sur l'EuroStoxx (source : Bloomberg au 31/12/2012) en fonction du prix d'exercice de l'option et de la maturité

✓ **Quelles maturités, quels prix d'exercice ?**

Il n'est pas nécessaire de calibrer ses modèles sur l'ensemble des prix disponibles. Par exemple, dans le cas d'engagements de long terme, il n'est pas nécessaire de considérer toutes les options de maturités courtes.

Inputs de Business Plan

Certains assureurs sont capables de mener des études précises qui peuvent mettre en évidence des spécificités au niveau de la volatilité, corrélation par exemple de leur portefeuille. Ces données peuvent être intégrées dans une certaine mesure dans l'ESG pour prendre en compte ces caractéristiques propres.

3. La calibration « Risque Neutre »

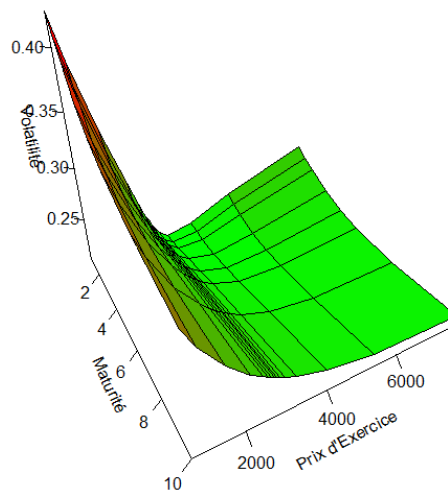
Pour un générateur Risque Neutre, la calibration est l'étape cruciale qui permet à l'ESG de pouvoir réaliser des valorisations en valeur de marché. Cette phase a pour but d'optimiser les paramètres des modèles utilisés afin que les prix, calculés via ces mêmes modèles, concordent avec les prix d'options financières cotées sur le Marché. Dans le cas d'une calibration sur le prix (on peut aussi calibrer sur la volatilité), le programme d'optimisation s'écrit de la façon suivante :

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N (\text{PrixMarché}(i) - \text{PrixModèle}(\theta))^2$$

Toute la difficulté est de trouver l'ensemble des paramètres θ qui minimise l'écart entre les N-prix de marché et les prix de modèle.

Afin de résoudre ce programme et d'obtenir des résultats satisfaisants, nous utilisons des méthodes

numériques telles que des algorithmes d'optimisation non linéaires à redémarrages multiples ou des algorithmes génétiques. Ces méthodes aident à trouver ce que l'on appelle des solutions globales et non locales.



Représentation de la surface de volatilité calibrée sur les Calls EuroStoxx au 31/12 /2012 de l'ESG Risque Neutre Action Heston issu d'ERM System™ en fonction du prix d'exercice de l'option et de la maturité

4. Génération des scénarios

Une fois les modèles calibrés, il faut être en mesure de simuler les trajectoires. Un modèle de diffusion stochastique repose sur une Equation Différentielle Stochastique (EDS) qui peut prendre la forme suivante :

$$d(X_t) = r_t * dt + \sigma_t * dW_t$$

X_t représente la grandeur projetée (taux, indice action...),

r représente le taux d'intérêt instantané,

σ_t représente la volatilité du processus qui peut être stochastique (suivant lui-même une EDS) ou déterministe (s'écrivant comme une fonction du temps et des paramètres du modèle),

W_t représente le mouvement Brownien qui génère la partie aléatoire du processus.

L'opérateur d définit l'accroissement infinitésimal du processus.

Une EDS permet ainsi de connaître l'évolution de la grandeur projetée lors de ces accroissements infinitésimaux.

Cette même EDS est discrétisée, selon le schéma d'Euler, pour projeter les futures valeurs. A titre d'exemple, on obtient:

$$X_t - X_{t-h} = r_{t-h} * h + \sigma_{t-h} * (W_t - W_{t-h})$$

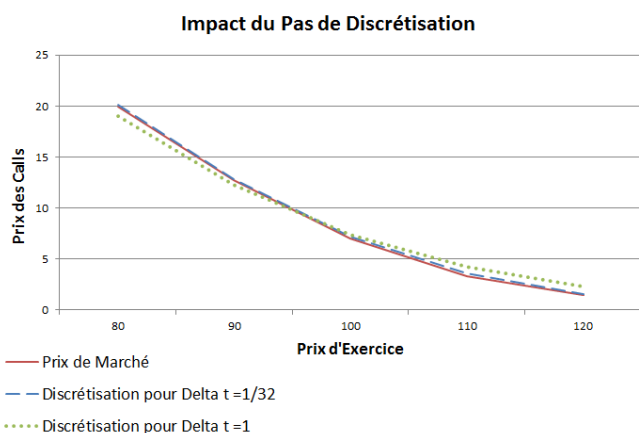
h représente le pas de temps de la discrétisation.

Connaissant les données de départ, nous simulons de proche en proche les valeurs futures des différentes grandeurs financières.

Dans ce schéma d'Euler, nous avons fait plusieurs hypothèses de simplification qui peuvent avoir un impact important. Le choix de ce schéma n'est pas simple. En effet, il existe une multitude de schémas plus ou moins complexes. Certains permettront de gagner en rapidité de calcul (c'est le cas du schéma d'Euler), d'autres en précision.

Un autre facteur important concerne le pas de discrétisation. Si celui-ci est très fin, les résultats seront très précis mais peuvent engendrer des temps de calculs très longs. Alors qu'un pas de discrétisation sommaire amènera à des résultats beaucoup moins précis mais à une réalisation rapide.

Voici un graphique illustrant la différence de précision d'une simulation, pour différents pas de discrétisation, par rapport à des prix de marché.



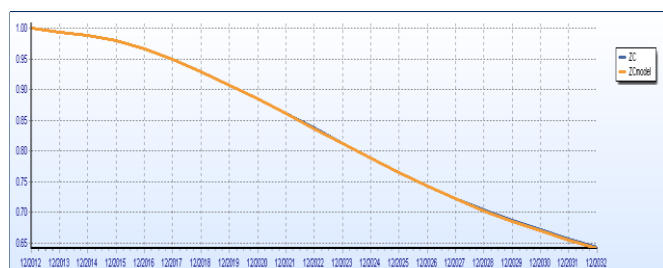
Les courbes ci-dessus représentent des prix de Calls sur l'EuroStoxx en fonction du prix d'exercice de l'option. La courbe pleine est directement issue des prix de marché. La courbe en pointillé large (respectivement pointillé petit) a été obtenue grâce à l'ESG Risque Neutre Action Heston issu d'ERM System™ pour un pas de discrétisation égal à 1/32 (respectivement 1). Nous pouvons remarquer que les prix générés par la discrétisation la plus fine sont ici plus précis.

5. Validation des scénarios générés

Afin de valider les résultats, de nombreux tests sont réalisables. En voici une liste non exhaustive :

✓ Tests de Martingalité

On vérifie le caractère martingale des éléments calculés (sur les prix des actions, des Zéro-Coupons, ...).



Graphique de test de la martingalité des prix Zéro-Coupons d'un modèle de taux stochastique issu du module de validation ESG d'ERM System™

✓ Convergence des prix Monte-Carlo et Formule Fermée des modèles utilisés

Ce résultat atteste du nombre suffisant de scénarios générés pour avoir une bonne convergence avec un niveau d'incertitude réduit. Le schéma « Impact du Pas de Discrétisation » plus haut reflète cette convergence.

✓ Cohérence entre les surfaces de volatilité de marché et les surfaces de volatilité générées par les modèles.

Cette étape certifie le caractère « Market Consistent » des scénarios générés par l'ESG.

Quid de l'ESG Monde Réel ?

Dans le cadre d'un modèle interne, en plus d'un ESG Risque Neutre, il est nécessaire d'être en mesure de projeter des scénarios en Monde Réel. Notamment, pour le premier jeu de simulations si l'on utilise, par exemple, une approche des simulations dans les simulations.

Cet ESG se calibre sur des données historiques afin de projeter le plus fidèlement possible le comportement statistique et historique des grandeurs financières considérées. Pour un générateur Action, on va chercher, par exemple, à reproduire des phénomènes d'asymétrie dans la distribution des rendements actions.

Pour un pilotage prospectif des risques

Nécessaire aux organismes vie dans le cadre du calcul des options et garanties des contrats d'épargne et de retraite, la mise en place d'un ESG est un processus complexe allant d'une identification des besoins à l'analyse des résultats des calculs de risque en passant par le calibrage.

Mais plus qu'une contrainte réglementaire, se doter d'un ESG est aussi l'opportunité de se doter d'un outil de mesure et de pilotage des risques disposant d'une véritable dimension prospective.



Anaëlle LE BERRE
Manager

Actuaire qualifiée diplômée de l'EURIA, Anaëlle est une experte des problématiques de modélisation en assurance vie et d'intégration des modèles dans le processus décisionnel et le pilotage.



Thibault ANTOINE
Expert modélisation

Diplômé de l'ENSAE et titulaire du MASTER 2 de statistique, probabilité et finance de Paris 7, Thibault a été trader quantitatif chez Morgan Stanley avant de rejoindre ACTUARIS pour y développer son savoir-faire en optimisation numérique et modèles stochastiques appliqués à l'assurance et à la finance.